

Экзамен по курсу: "Алгебра и геометрия"

1 курс 1 семестр

Вариант номер D114395

1. Стороны треугольника на плоскости с аффинной системой координат лежат на прямых, заданных общими уравнениями $A_0 + A_1x_1 + A_2x_2 = 0$, $B_0 + B_1x_1 + B_2x_2 = 0$ и $C_0 + C_1x_1 + C_2x_2 = 0$. Найдите ранги матриц

$$P = \begin{bmatrix} A_0 & A_1 & A_2 \\ B_0 & B_1 & B_2 \\ C_0 & C_1 & C_2 \end{bmatrix} \quad \text{и} \quad Q = \begin{bmatrix} A_0 & A_1 \\ B_0 & B_1 \\ C_0 & C_1 \end{bmatrix}.$$

2. Докажите, что при изменении k строк матрицы ее ранг может измениться не больше чем на k .
3. Найдите число комплексных первообразных корней степени $n = 2020$ из единицы.
4. Пусть $\mathbb{C}_*$ обозначает мультипликативную группу поля комплексных чисел, а $\mathbb{F}$ — множество всех комплексных чисел, модуль которых равен единице. Докажите, что $\mathbb{F}$ является нормальной подгруппой группы $\mathbb{C}_*$, а фактор-группа $\mathbb{C}_*/\mathbb{F}$ изоморфна мультипликативной группе положительных вещественных чисел.